CH7 DIVISIBILITE DANS Z

EX 43 :

1. $3^0=1\equiv1(7)$; $3^1=3\equiv3(7)$; $3^2=9\equiv2(7)$; $3^3=27\equiv6(7)$; $3^4\equiv4(7)$; $3^5\equiv5(7)$; $3^6\equiv1(7)$
2. on a $3^6\equiv1(7)\Rightarrow3^6-1\equiv0(7)\Rightarrow 3^n.(3^6-1)\equiv0(7)\Rightarrow3^{n+6}-3^n\equiv0(7)\Rightarrow 3^{n+6}-3^n$ divible par7
3. a/ $3^{1000}=3^{6x166+4}=(3^6)^{166}.3^4\equiv1^{166}.4(7)\Rightarrow$ le reste modulo 4 de 3^{1000} est 4

   b/ on a $3^4=81\equiv1(10)\Rightarrow(3^4)^{250}\equiv1^{250}(10)\Rightarrow3^{1000}\equiv1(10)$ Donc le chiffre des unités de 3^{1000} est 1.

EX 44 :

1. D'après ce tableau de congruence on Constate que $a^3\equiv a(3)$

Reste modulo 3 de a	0	1	2
Reste modulo 3 de a^3	0	1	2

2. $a^3-b^3\equiv0(3)\Leftrightarrow a^3\equiv b^3(3)\Leftrightarrow a\equiv b\ (3\ )$ (d'après 1. $)\Leftrightarrow a-b\equiv0(3)$

   On a $a^3\equiv a(3)$ et $b^3\equiv b(3)$ Alors $a^3+b^3\equiv0(3)\Leftrightarrow a+b\equiv0(3)$

   On a $a^3\equiv a(3)$ et $b^3\equiv b(3)$ Alors $a^3+2b^3\equiv0(3)\Leftrightarrow a+2b\equiv0(3)$

Ex 45 :

D'après ce tableau de congruence il n'ya pas deux Valeurs distincts du reste modulo 11 de a qui donnent le même reste modulo 11 de a^3 donc

Reste modulo 11 de a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Reste modulo 11 de a^2	0	1	4	9	5	3	3	5	9	4	1
Reste modulo 11 de a^3	0	1	8	5	9	4	7	2	6	3	10

$a^3\equiv b^3(11)$ ssi $a\equiv b\ (11\ )$ c-a-d $a^3-b^3\equiv0(11)$ ssi $a-b\equiv0(11)$

EX 47 :

1. a solution de (E) $\Rightarrow a^2+9=2^n\Rightarrow a^2$ impair $\Rightarrow$ a impair $\Rightarrow a\equiv1(2)$
2. $a\equiv1(2)\Rightarrow a^2=4k^2+4k+1\Rightarrow a^2\equiv1(4)\Rightarrow a^2+9\equiv10\ (4)\Rightarrow a^2+9\equiv2\ (4)$
3. si a est une solution de (E) alors (d'après 1. et 2.) $a^2+9\equiv2\ (4)$

   D'autre part si a est une solution de (E) alors $a^2+9=2^n$ avec n>3 ce qui entraine Que a^2+9 est un multiple de 4 c-a-d $a^2+9\equiv0\ (4)$ d'où l'absurdité

   Conclusion : (E) n'admet pas de solution

EX48 :

1. a solution de (E) $\Rightarrow a^2+9=3^n\Rightarrow a^2$ pair $\Rightarrow$ a pair $\Rightarrow a\equiv0(2)$
2. $a\equiv0(2)\Rightarrow a=2k\Rightarrow a^2=4k^2\Rightarrow a^2\equiv0(4)\Rightarrow a^2+9\equiv9\ (4)\Rightarrow a^2+9\equiv1\ (4)$
3. n impair $\Rightarrow n=2k+1\Rightarrow 3^n=3^{2k}.3=9^k.3\equiv1^k.3\ (4)\Rightarrow 3^n\equiv3\ (4)$

4. si a est une solution de (E) alors (d'après 1. et 2.) $a^2+9\equiv1\ (4)$

   D'autre part si a est une solution de (E) alors $a^2+9=3^n\equiv3\ (4)$ Absurde

   Conclusion : (E) n'admet pas de solution

Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn